

SIMULACIONES MONTE CARLO DE REMANENTES DE SUPERNOVA EN GALAXIAS ESPIRALES

Autor: Víctor García

Director del proyecto: Eduardo Bravo

Departament de Física i Enginyeria Nuclear, Universitat Politècnica de Catalunya.

Resumen

Actualmente sabemos que las explosiones de supernova son el principal aporte de energía y metales al medio interestelar (ISM) por lo que el estudio de sus remanentes nos debería permitir conocer mejor las características del ISM en el que se hallan, las cuales influyen fuertemente en su evolución. Para contrastar los datos observacionales, aportados principalmente por Chandra y XMM-Newton, con la teoría vamos a construir un código Monte Carlo que simule un modelo de galaxia en el que se reproduzcan dichos eventos. Aunque las aproximaciones realizadas no permiten aún acercarse a un modelo realista, sí nos indican el camino a seguir para llegar a él y nos dan una idea de la importancia del medio interestelar en los perfiles de luminosidad de los remanentes en la banda X del espectro electromagnético.

1. Introducción

Sabemos que la energía cinética del estallido de una supernova (SN) se emplea en la formación de un remanente de supernova (SNR) que se expande y barre el gas circundante calentándolo y arrastrándolo. A medida que el remanente crece y se va agregando masa por la incorporación de material del medio interestelar (ISM), se va formando una zona densa tras la onda de choque. Dicho material se frena y enfría radiativamente disipando así la mayor parte de la energía de la supernova. Dado que el gas en expansión llega a calentarse hasta temperaturas de varios keV, se hace visible en la banda X del espectro electromagnético. Dicha emisión se incrementa hasta llegar a un máximo para luego decrecer y extinguirse por completo al cabo de unos 10^5 años, como mucho. La dilución completa del SNR en el medio interestelar ocurrirá, finalmente, cuando su velocidad se iguale a la velocidad térmica del ISM. (Para una revisión reciente de las propiedades de los SNR, ver: Jones *et al.* (1998)).

Como puede suponerse, la evolución de los remanentes va a depender fuertemente de las características del medio en el que se encuentre, por lo que las observaciones de SNR podrían utilizarse para estudiar las condiciones del ISM.

Actualmente, observaciones intensivas de galaxias cercanas con telescopios de rayos X, como Chandra y XMM-Newton, están aportando un gran volumen de datos relativos a las poblaciones de SNR de dichas galaxias (ver Plucinsky *et al.* (2008)). Del análisis de las fuentes X pueden diferenciarse fácilmente las que proceden de los SNR por ser su emisión blanda, es decir, de origen térmico, por contraposición a la emisión

sincrotrón producida, sobretudo, por otros objetos astrofísicos.

La idea de realizar un modelo de galaxia que simule dichos procesos es oportuna porque, por primera vez, se dispone de datos extensos y accesibles aportados por los citados telescopios de rayos X. Esto permite realizar comparaciones de datos simulados con datos observacionales con las que poder refinar un modelo que permita entender mejor las características del ISM y la evolución de los SNR.

El objetivo del presente trabajo es construir un código que permita determinar las propiedades estadísticas de los SNR (luminosidad en la banda X, tamaño), verificar dicho código (es decir, realizar tests para comprobar que las simulaciones representan adecuadamente el modelo conceptual), realizar una exploración preliminar de las soluciones obtenidas para un conjunto de parámetros, y efectuar una comparación cualitativa con algunos datos observacionales. El código debe ser robusto y flexible, por lo que se ha optado por basarlo en el método Monte Carlo.

2. El código Monte Carlo

Para simular la evolución de los SNR, elaboramos un código Monte Carlo que, para empezar, nos represente la geometría y distribución de estrellas en una galaxia espiral típica (véase el apéndice I). Es de esperar que los SNR sigan la distribución estelar. Se descarta del estudio al halo por considerar que sus densidades de estrellas y de gas interestelar son demasiado bajas para que la cantidad de eventos SNR sea significativa.

En primer lugar, consideramos nuestra galaxia co-

mo un disco extendido a lo largo del plano XY, de un cierto grosor en el eje Z, cuyo espacio central está ocupado por un esferoide que correspondería al bulbo galáctico. Ésta es una aproximación en primer orden de un modelo de galaxia espiral. El modelo de galaxia elegido para nuestro estudio tiene dimensiones similares a las de la Vía Láctea. Usamos los valores recogidos en (Li *et al.*, 1991, chap. 3) para el radio del disco. Para el radio del bulbo y las distribuciones de densidad estelar radial y transversal al disco, usamos los valores del modelo de disco exponencial descrito en (The *et al.*, 2006) .

Basándonos, pues, en los modelos de ambas referencias, escogimos los siguientes valores:

- Radio mínimo del disco. ($r_{min} = 3,00$ kpc)
- Radio máximo del disco. ($r_{max} = 16,45$ kpc)
- Longitud de escala radial. ($\rho_h = 5,0$ kpc)
- Longitud de escala transversal para supernovas de colapso. ($\sigma_z = 0,100$ kpc)
- Longitud de escala transversal para supernovas termonucleares. ($\sigma_z = 0,325$ kpc)

La libertad que nos dan estos parámetros es enorme, y a algunos, como ρ_h o r_{min} , podemos otorgarles valores en un rango bastante amplio, según las referencias que escojamos y según las propiedades de la galaxia que queramos simular.

La función de distribución para el disco se expresa como sigue:

$$n(r, z) = A(\rho_h) e^{-|z|/\sigma_z} e^{-(r-R_0)/\rho_h} \quad (1)$$

donde $A(\rho_h)$ es la constante de normalización

$$A(\rho_h) = \left[-\rho_h \left(e^{-\frac{r_{max}-R_0}{\rho_h}} - e^{-\frac{r_{min}-R_0}{\rho_h}} \right) \right]^{-1} \quad (2)$$

y R_0 la distancia del Sol al centro galáctico ($R_0 = 8,5$ kpc)

Para el esferoide, la distribución de densidad es algo más complicada.

$$n(r) \begin{cases} 1,25 \left(\frac{r}{R_0} \right)^{-6/8} e^{-10,093 \left[\left(\frac{r}{R_0} \right)^{1/4} - 1 \right]} & \forall r \leq 0,03 R_0 \\ \left(\frac{r}{R_0} \right)^{-7/8} e^{-10,093 \left[\left(\frac{r}{R_0} \right)^{1/4} - 1 \right]} \left[1 - \frac{0,08669}{\left(\frac{r}{R_0} \right)^{1/4}} \right] & \forall r \geq 0,03 R_0 \end{cases} \quad (3)$$

Podemos muestrear (1) mediante transformación inversa y (3) mediante el método Von Newman tras haber comprobado la continuidad de la función en todo su dominio.

Naturalmente, el código no se ha de limitar a ubicar los SNR en la galaxia. También decidirá qué tipo de supernova lo ha generado. La elección del tipo de supernova obedece a una simple distribución multinomial definida también en (The *et al.*, 2006, appendix

A). Asumimos la hipótesis de que un 10 % de las supernovas son de tipo Ia (SNIa), un 15 % de tipo Ib/c y un 75 % de tipo II. En total, un 90 % de las supernovas son de colapso gravitatorio.

La decisión del tipo de supernova no es algo trivial, ya que afecta a varios aspectos del código. Por una parte, la dispersión en la dirección Z^1 es mayor cuando se trata de supernovas termonucleares, de tipo Ia (véanse los parámetros anteriores). Además asumimos la suposición de un bulbo con estrellas de población II, por lo que solo podrá contener SNIa. Adoptamos, además, una fracción de ocurrencia en el bulbo para las SNIa de $\sim 1/7$. Otro aspecto a tener en cuenta es la masa del progenitor y la masa eyectada. Si el evento es de tipo SNIa, la solución es simple. Ambos valores serán iguales a la masa de Chandrasekhar ($M_{Ch} = 1,44 M_\odot$, donde M_\odot es la masa del Sol).

Sin embargo, para las supernovas de colapso, el cálculo de dichas masas requiere de un nuevo sorteo. Para ello utilizaremos la función inicial de masa (IMF) de Salpeter con el valor más aceptado ($\alpha = 2,35$) tal como se sugiere en (Kroupa, 2002). La función de distribución normalizada para estrellas masivas es:

$$\phi \propto m^{-\alpha} \Rightarrow F(m) = \frac{\int_m^{m_{max}} m^{-2,35} dm}{\int_{m_{min}}^{m_{max}} m^{-2,35} dm} \quad (4)$$

donde $m_{min} = 13 M_\odot$, $m_{max} = 40 M_\odot$

A partir de la masa de los progenitores, se ha calculado la masa eyectada² interpolando en las tablas de (Kobayashi *et al.*, 2006) para estrellas masivas de metalicidad solar ($Z=0.02$).

Por lo que respecta al tiempo de recurrencia entre dos eventos de supernova, asumiremos un valor medio de 30 años tal como se describe en (The *et al.*, 2006, chap. 3.2). Así, la probabilidad de que dos supernovas se produzcan en un intervalo de tiempo t es:

$$P(t) = \frac{1}{\tau_{rec}} e^{-t/\tau_{rec}} \quad (5)$$

Una vez incorporadas todas estas distribuciones en el código, se consideró la duración de cada experimento. Puesto que la teoría actual nos dice que remanentes de más de 100 000 años de antigüedad no deberían ser visibles, fijaremos ese valor como tope. Dado que $\tau_{rec} = 30$ años, cada 10^5 años se podrían detectar unos 3300 SNR como máximo.

Para evaluar el brillo de los SNR en la banda X, hay que conocer también la densidad del medio interestelar en el cual evolucionan y se expanden. La composición y densidad del gas interestelar depende, por

¹Aunque los resultados no utilizan dicha información, la implementación de la coordenada Z para los SNR deja preparado el código para una futura actualización que incluya la dependencia en Z de la densidad del ISM

²La masa eyectada nos va a servir para comprobar la hipótesis de Sedov en §3.4 y, en una futura ampliación del programa, para corregir la aproximación de Sedov en las fases iniciales del SNR.

una parte, de la distancia al centro galáctico a la que se encuentre el remanente y, por otra, de la fracción de ocupación de las distintas fases del gas (caracterizadas por su densidad, temperatura y composición química). Este último parámetro nos dará la función de distribución que nos permitirá obtener aleatoriamente el tipo de ISM que rodea a cada SNR. Elegimos los valores propuestos en (Higdon *et al.*, 2007) que, aunque obedecen a un modelo de galaxia distinto al nuestro, pueden hacerse encajar en él.

A partir de aquí, el resto de cálculos necesarios para obtener las luminosidades en la banda X son enteramente deterministas. Para la caracterización de la evolución de los SNR simulados, utilizaremos la solución de Sedov.³ Dicha aproximación solo es válida si se considera la expansión del remanente como un proceso adiabático; es decir, mientras las pérdidas de energía sean despreciables comparadas con la energía de la explosión ($E = 10^{51} \text{erg}$).⁴

Para calcular las luminosidades, nos basaremos en los resultados de (Hamilton *et al.*, 1983, chap. IV), que permiten diferenciar entre rayos X blandos (0.1 - 2 keV) y duros ($> 2 \text{keV}$).

Aunque nuestro código realiza los cálculos para ambos, los más interesantes son los rayos X blandos debido a que son los que más contribuyen en luminosidad y, por tanto, los que más fácilmente se observan. Esto, además, queda demostrado más adelante con nuestros cálculos, como se verá en §4.

Para el cálculo de la luminosidad, usamos la siguiente expresión:

$$L \equiv \Lambda \int n_e n_H dV \quad (6)$$

que, en las condiciones de Sedov, es:

$$L = \Lambda \times 3,14 \cdot 10^{56} \times \left(\frac{n_0}{1 \text{ cm}^{-3}} \right)^2 \left(\frac{r_s}{1 \text{ pc}} \right)^3 \text{ erg s}^{-1}$$

donde n_0 es la concentración de partículas⁵ por unidad de volumen y r_s es el radio del remanente, que se define en la siguiente expresión:

$$r_s = 8,75 n_0^{-2/6} \left(\frac{T_s}{10^7 \text{K}} \right)^{-1/3} \left(\frac{E}{10^{51} \text{erg}} \right)^{1/3} \text{ pc} \quad (7)$$

Aquí nos aparece una nueva variable, la temperatura de choque (T_s) expresada como:

$$\left(\frac{T_s}{10^7 \text{K}} \right)^{-1} = \left(\frac{t}{4099 \text{yr}} \right)^{6/5} \left(\frac{E}{10^{51} \text{erg}} \right)^{-2/5} n_0^{2/5} \quad (8)$$

Los coeficientes 8.75 y 4099 han sido recalculados respecto a los que presentan Hamilton *et al.* (1983)

³Solución analítica para una explosión puntual en un medio uniforme.

⁴Para nuestros cálculos aproximativos hemos fijado la energía de todas las supernovas en el valor estándar de $1foe = 10^{51} \text{erg}$

⁵Por partículas, nos referimos a protones en el caso de hidrógeno ionizado, neutro o molecular, y a núcleos de helio en el caso de regiones de helio ionizado.

difiriendo de ellos ligeramente, ya que se han adaptado al valor $\mu = 1,41 m_p$, donde μ es la fracción en masa del hidrógeno.

Finalmente, el parámetro Λ dependerá de la región del espectro de rayos X que queremos estudiar. En (Hamilton *et al.*, 1983, chap. III) se muestran las ecuaciones correspondientes para rayos X blandos y duros; son (11) y (12) de dicho artículo respectivamente.

3. Comprobación del código

Para verificar nuestro código, lo sometimos a una serie de pruebas que pasamos a detallar a continuación. Las pruebas demostraron que el código reproduce con corrección aquello para lo que ha sido programado. Se ha testeado su dependencia de las variables estadísticas y se han reproducido diferentes funciones de distribución para comprobar que coincidían con la función esperada. Así mismo, se ha observado si la distribución de remanentes que calculaba el código respondía a la estructura de disco con un bulbo central.

3.1. Test estadístico

En primer lugar, probamos los generadores aleatorios *ran1* y *ran2* de Press *et al.* (1992) sin obtener variaciones significativas en los resultados. También probamos varias semillas distintas, usando, en unos casos, una semilla única para todos los sorteos y, en otros, una semilla distinta para cada muestreo. En todos los casos, las características de la muestra de remanentes era muy similar. Finalmente, representamos el histograma de la distribución para repetidas simulaciones (Ver figura 1).

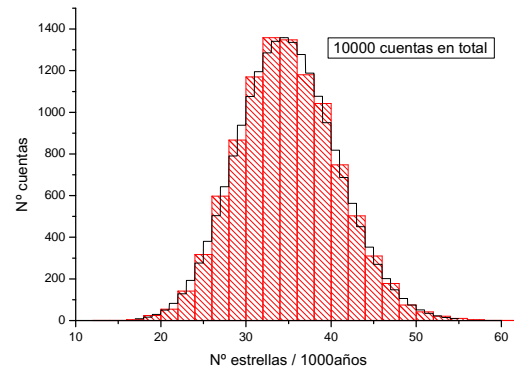


Figura 1: Para un tiempo de recurrencia de 30 años, la media se sitúa en 33.3 SNR como era de esperar. La curva del histograma coincide con la curva de Poisson (línea negra).

3.2. Modelo galáctico

Registrando las coordenadas de cada evento de supernova, representamos una cantidad suficiente de puntos (~ 333000) para ver si la forma de la galaxia es la que esperamos. En la figura 2, podemos ver de perfil la distribución de supernovas en nuestra galaxia modelo.

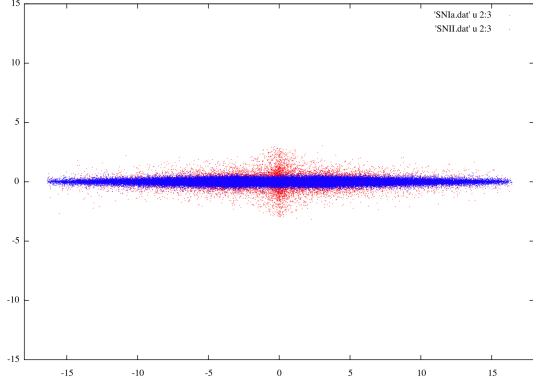


Figura 2: En azul, se muestran las supernovas de colapso, y, en rojo, las termonucleares. Puede observarse cómo las SNIa están más dispersas y son las únicas presentes en el bulbo, mientras que las de colapso se mantienen, en su mayoría, concentradas en el disco galáctico y son mucho más abundantes. (Ambos ejes están expresados en parsecs)

3.3. Función inicial de masa

También comprobamos si la masa de los progenitores de los SNR de colapso sorteados obedecía correctamente la IMF de Salpeter indicada en la ecuación (4), con resultados satisfactorios.

3.4. Masa chocada

Cuando una supernova estalla, eyecta una cierta cantidad de masa al espacio. El frente de onda esférico barre el gas circundante en todas direcciones acelerándolo y arrastrándolo consigo; la masa de este gas es lo que se denomina masa chocada (M_x). La aproximación de Sedov considera que éste es un proceso adiabático, pero dicha aproximación sólo es válida cuando la masa chocada supera con creces a la masa eyectada. Huelga decir que tales condiciones se alcanzarán antes cuanto más denso sea el medio interestelar que el frente de onda encuentre a su paso.

Podemos considerar que:

$$M_x = \frac{4}{3} \pi \rho_0 r_s^3$$

Mediante la ecuación (7), se deduce que:

$$M_x = 97,9 \left(\frac{T_s}{10^7 \text{K}} \right)^{-1} \left(\frac{E}{10^{51} \text{erg}} \right) M_\odot \quad (9)$$

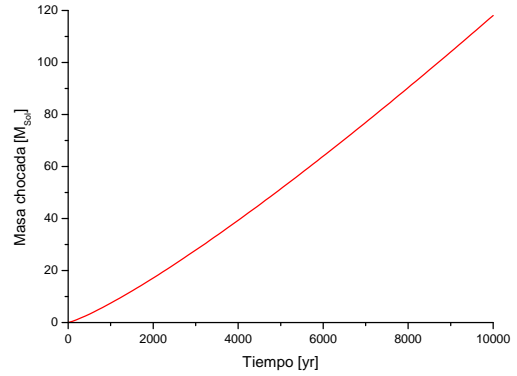


Figura 3: Representación de la masa chocada en función del tiempo para una densidad del ISM de 0.11 H/cm^3 . En 10000 años de expansión continuada, la masa chocada alcanza las 120 masas solares, muy por encima de la masa eyectada, entre 10 y $20 M_\odot$. Si tenemos en cuenta que la vida de un remanente es de 10^5 años, podemos considerar como una buena aproximación aplicar las condiciones de Sedov a toda la vida del SNR.

4. Resultados

Se han analizado los perfiles de luminosidades para los rayos X blandos y duros. Conviene tener en cuenta que el límite de sensibilidad actual para los telescopios de rayos X está en torno a los $10^{35} \text{ erg s}^{-1}$ para tiempos de observación típicos de 10 a 100 ks.

En primer lugar, hicimos histogramas para los rayos blandos y duros para conocer la forma de su perfil y el rango de intensidades que abarcaban (Figs. 4 y 5). Observamos que los rayos X duros estaban muy por debajo de la sensibilidad mínima actual. Por lo que centramos el estudio en los blandos que son los únicos que, en teoría, podrían compararse con una contrapartida observacional.

A continuación, hicimos un análisis estadístico para ver qué grado de variación aleatoria podrían presentar los perfiles de luminosidad de una galaxia a otra. Analizamos el número de remanentes con mayor luminosidad que 10^{35} erg/s ($N_* = 2879 \pm 54$) y también la luminosidad mínima de los 500 remanentes más luminosos ($\ln L_{\min} = 37,53 \pm 0,02$), todo para cien mil casos distintos.

Ambas variables convergen hacia histogramas de tipo gaussiano con dispersiones muy estrechas, lo que indica que las componentes aleatorias no deben influir mucho en los perfiles de luminosidad obtenidos. Ello se ve corroborado tras observar varios perfiles y ver que todos se parecen en extremo, con todos sus picos situados en idénticas posiciones.

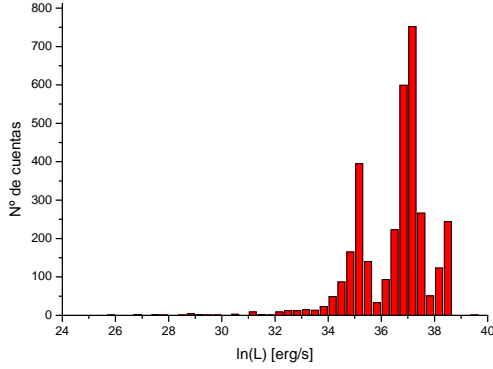


Figura 4: Histograma de luminosidades en la banda de los rayos X blandos.

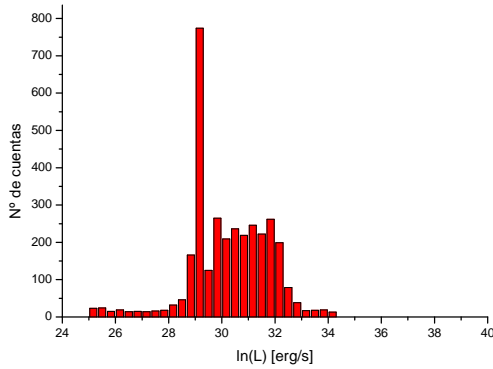


Figura 5: Histograma de luminosidades en la banda de los rayos X duros.

4.1. El problema de la extinción de los SNR

Uno de los aspectos que más llaman la atención es el hecho de que cuando se compara lo observado en nuestra galaxia modelo con observaciones en galaxias reales como, por ejemplo, M33 o la Gran Nube de Magallanes, hay una gran diferencia entre el número de SNR detectados, 28 y 25 respectivamente, y los que nuestro modelo calcula. Pueden verse los resultados de dichas observaciones en (Plucinsky *et al.*, 2008) y en (Mathewson *et al.*, 1983).

Ciertamente, ambas galaxias son más pequeñas que la de nuestro modelo, pero ello, por sí solo, no explica la diferencia en casi dos órdenes de magnitud de lo calculado con lo observado. Creemos que esto se debe a haber dado por válida la aproximación de Sedov para toda la evolución de los remanentes. En condiciones realistas debería existir una extinción de SNR mucho más importante, ya que su pérdida de energía, sobre todo en fases avanzadas de su vida, es muy significativa y, con el tiempo, les haría perder intensidad en las emisiones de rayos X hasta hacerlos desaparecer.

En dichas condiciones, las variaciones introducidas por la naturaleza aleatoria de las explosiones serían, a buen seguro, más trascendentes de lo que hemos encontrado en el presente trabajo.

5. Discusión y conclusiones

Podemos concluir que las características de los perfiles vienen determinadas, sobre todo, por las características de la galaxia: dimensiones, densidad del ISM, tiempos de ocurrencia de SNR, distribución estelar, etc. En cambio, las variables aleatorias apenas introducen una leve variabilidad de una galaxia a otra. Suponemos que ello es debido al hecho de que, en el transcurso de cien mil años, ocurren suficientes SNR como para que la dispersión estadística sea baja. Es de esperar, pues, que la componente aleatoria tenga mayor importancia a tiempos de recurrencia más altos, que seguramente se darían en galaxias pequeñas como las Nubes de Magallanes o con una población I dominante.

Dado que la componente determinista es dominante, resulta relevante preguntarse por la naturaleza de los picos que se aprecian en los histogramas. Los analizamos filtrando los datos de los SNR para que quedaran solo aquellos que pertenecían a los susodichos picos.

- Primer pico en fig. 4: Situado entre $\ln(L) = 34.5$ - 35.5 aprox. Formado en un 99 % por SNR viejos, situados en las regiones con densidad 0.002 H/cm^3 .
- Segundo pico en fig. 4: Entre $\ln(L) = 36.99$ - 37.16 aprox. Formado en un 92 % por remanentes viejos de las regiones con densidad 0.11 H/cm^3 , y en un 8 % por remanentes jóvenes de regiones con densidad 0.3 H/cm^3 .
- Tercer pico en fig. 4: Entre $\ln(L) = 37.75$ - 38.75 aprox. Formado en su totalidad por SNR viejos de las regiones con densidad 3.3 H/cm^3 .
- Pico en fig. 5: Corresponde a SNR maduros de las regiones con densidad 0.002 H/cm^3 , comprendidos entre los 21000 y los 85000 años de edad.

La naturaleza de los tres picos abruptos en la banda de los rayos X blandos es, en gran medida, un artefacto causado por las aproximaciones adoptadas que hacen que para tiempo infinito la luminosidad también tienda a infinito, lo cual obviamente entra en contradicción con las observaciones además de ser físicamente imposible. En condiciones más realistas seguramente el perfil presentaría los mismos picos, aunque con luminosidades más bajas y con una silueta más suave. Cabe concluir que, puesto que la función de distribución de luminosidad de los SNR es un reflejo de las condiciones del ISM en que explotan las SN, si pudiera observarse la existencia de picos discretos, se obtendría evidencia

directa de las diferentes fases del ISM con sus densidades características⁶.

Las condiciones adiabáticas son válidas mientras la pérdida de energía del remanente es despreciable. Pero esto no siempre es así. En fases tempranas existe fuerte emisión de rayos cósmicos. A largo plazo, sin embargo, la contribución principal a la pérdida de energía es la propia emisión en rayos X y en el visible, lo que invalida las condiciones de Sedov a partir de tiempos del orden de 10^4 años.

Todos estos aspectos deberían ser considerados en un desarrollo futuro del código que incorporara una física más compleja. Así mismo, también se debería tener en cuenta una disminución en la densidad del gas en la dirección z , perpendicular al plano galáctico, al igual que ocurre con la función de distribución estelar.

También tendría más interés la mejora en el propio modelo de galaxia aproximándolo más a galaxias espirales ya conocidas y muy cercanas, como M33, cuyas emisiones en la banda X conocemos bien. Esto nos permitiría poder comparar nuestro modelo con contrapartidas observacionales.

Finalmente, también sería de interés una exploración más concienzuda del espacio de fases que definen los diferentes parámetros de los que depende el código.

Referencias

- HAMILTON, A. J. S. *et al.* 1983 X-ray line emission from supernova remnants. I - Models for adiabatic remnants. *Astrophysical Journal, Supplement* **51**, 115–147.
- HIGDON, J. C. *et al.* 2007 The Galactic Positron Annihilation Radiation and The Propagation of Positrons in the Interstellar Medium. *ArXiv e-prints* **711**.
- JONES, T. W. *et al.* 1998 10^{51} Ergs: The Evolution of Shell Supernova Remnants. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* **110**, 125–151.
- KOBAYASHI, C. *et al.* 2006 Galactic Chemical Evolution: Carbon through Zinc. *Astrophysical Journal* **653**, 1145–1171.
- KROUPA, P. 2002 The Initial Mass Function of Stars: Evidence for Uniformity in Variable Systems. *Science* **295**, 82–91.
- LI, Z. *et al.* 1991 A statistical study of the correlation of Galactic supernova remnants and spiral arms. *Astrophysical Journal* **378**, 93–105.
- MATHEWSON, D. S. *et al.* 1983 Supernova remnants in the Magellanic Clouds. *Astrophysical Journal, Supplement* **51**, 345–355.
- PLUCINSKY, P. P. *et al.* 2008 Chandra ACIS Survey of M33 (ChASeM33): A First Look. *Astrophysical Journal, Supplement* **174**, 366–378.
- PRESS, W. H. *et al.* 1992 *Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing*. Cambridge: University Press, —c1992, 2nd ed.
- THE, L.-S. *et al.* 2006 Are 44Ti-producing supernovae exceptional? *Astronomy and Astrophysics* **450**, 1037–1050.

Apéndice I: Diagrama de flujo

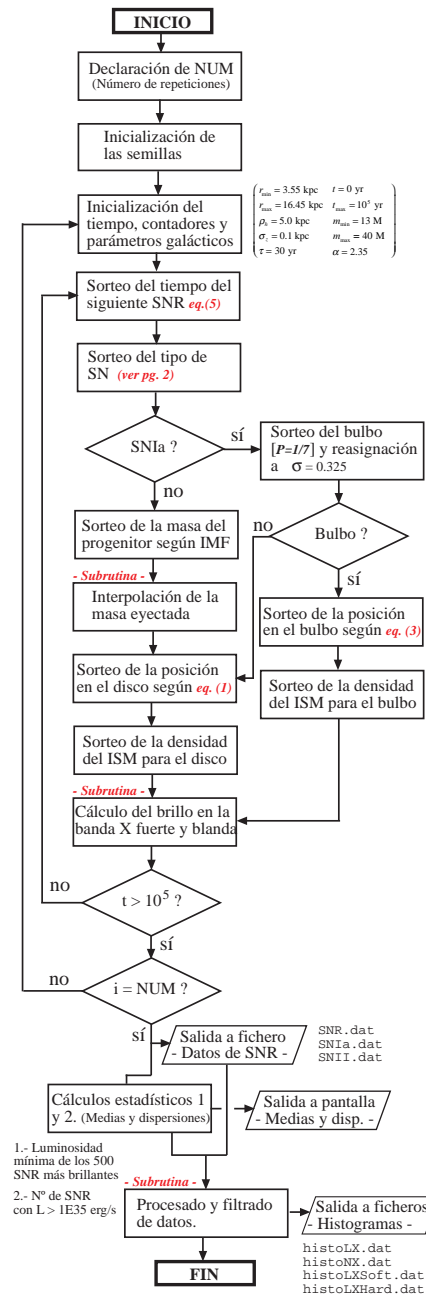


Figura 6: Diagrama de flujo del código Monte Carlo

⁶Esta información solo sería fiable si la cantidad de SNR fuera estadísticamente representativa, algo que, en muchos casos, la observación directa actual esta lejos de satisfacer (ver §4.1).